

Multiplikation

Teil 2

Datei Nr. 01-21

Stand 19. Januar 2020

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Vorwort

Ich beginne hier nicht „ganz unten“, d. h. ich setze voraus, dass der Leser bzw. der Schüler das kleine Einmaleins beherrscht. Genauer gesagt, er sollte die Multiplikationen aus dem Zahlenraum $\{1, 2, 3, \dots, 10, 11, 12\}$ auswendig und fließend können.

Ferner sollte bekannt sein, dass man bei einer Multiplikation die beiden „Faktoren“ vertauschen kann. Also $5 \cdot 6 = 6 \cdot 5$, $13 \cdot 28 = 28 \cdot 13$, $3 \cdot 457 = 457 \cdot 3$ usw. für alle Zahlen.

Schließlich sollte der Leser wissen, wie man mit 10, mit 100, mit 1000 usw. multipliziert:

$$\begin{array}{lll} 3 \cdot \boxed{10} = 3\boxed{0}, & 25 \cdot \boxed{10} = 25\boxed{0}, & 5432 \cdot \boxed{10} = 5432\boxed{0} \\ 3 \cdot \boxed{100} = 3\boxed{00}, & 25 \cdot \boxed{100} = 25\boxed{00}, & 5432 \cdot \boxed{100} = 5432\boxed{00} \text{ usw.} \\ 3 \cdot \boxed{1000} = 3\boxed{000}, & 25 \cdot \boxed{1000} = 25\boxed{000}, & 5432 \cdot \boxed{1000} = 5432\boxed{0} \text{ usw.} \end{array}$$

Es gibt unterschiedliche Methoden für die folgenden Aufgaben. Ich zeige zwei davon.

Im Grunde kann aber jeder rechnen, wie er es gelernt hat, oder wie er das in der Schule gelernt hat.

Inhalt

1	Multiplikation mit einer einstelligen Zahl	3
2	Multiplikation mit einer zweistelligen Zahl	7
3	Multiplikation mit einer drei- oder vierstelligen Zahl	10

1 Multiplikation mit einer einstelligen Zahl.

(1) **Wie berechnet man $52 \cdot 3$?** (Eine ganz ausführliche Darstellung der Abläufe.)

Die Zahl 52 ist die Summe aus 50 und 2:

$$52 = 50 + 2$$

Daher kann man die Rechnung $52 \cdot 3$ zerlegen in zwei Multiplikationen: $50 \cdot 3 + 2 \cdot 3$.

Das Schema für diese Berechnung kann man so aufschreiben:

Man rechnet zuerst $2 \cdot 3 = 6$,
dann $50 \cdot 3 = 150$.
Dann addiert man $150 + 6 = 156$

$$\begin{array}{r} 52 \cdot 3 = \\ \downarrow \downarrow \\ 2 \cdot 3 = 6 \\ \downarrow \\ 50 \cdot 3 = 150 \\ \hline 156 \end{array}$$

Man kann die 0 , die aus 5 die eigentliche Zahl 50 macht, durch eine Leerstelle ersetzen:

$$\begin{array}{r} 52 \cdot 3 = \\ \downarrow \downarrow \\ 2 \cdot 3 = 6 \\ \downarrow \\ 5 \square \cdot 3 = 15 \square \\ \hline 156 \end{array}$$

oder besser so:

5	2	3	
↓	↓		← $2 \cdot 3$
5	–		← $5 \cdot 3$
	6		
			Summe

Es ist wichtig, dass man die Einer und die Zehner deutlich voneinander schreibt, sonst wird falsch addiert.

Wenn man die Addition sofort durchführt, und die (rote) Zwischenergebnisse weglässt, dann hat man die **Optimale Kurzform**. Dann sieht die ganze Rechnung so aus:

1. Schritt: Man rechnet zuerst $2 \cdot 3 = 6$ und schreibt die 6 als Einerstelle auf:

$$\dots \cdot 3 = \dots 6$$

2. Schritt: Man rechnet $5 \cdot 3 = 15$ und schreibt dieses Ergebnis links von der Einerstelle an, also links von der 6, denn das sind 15 Zehner:

$$52 \cdot 3 = 156$$

Ergebnis: $52 \cdot 3 = 156$

(2) **Berechnung von $74 \cdot 6$:** (Noch einmal ganz ausführlich):

74 ist die Summe aus 70 und 4.

Daher kann man diese Rechnung in zwei Multiplikationen zerlegen: $74 \cdot 6 = 70 \cdot 6 + 4 \cdot 6$.

Multiplikationsschema:

Addieren:

$$\begin{array}{r} 74 \cdot 6 \\ \underline{4 \cdot 6 = 24} \\ 70 \cdot 6 = 420 \\ \hline 444 \end{array}$$

Oder besser so:

7	4	.	6	
2	4			← $4 \cdot 6$
4	2	-		← $7 \cdot 6$
4	4	4		← Summe

Die Farben sollen andeuten, wo man die Zwischenergebnisse an schreibt.

Zuerst wird die 4 mit 6 multipliziert, das Ergebnis 24 schreibt man unter die 4 der Aufgabe.

Dann wird die 7 mit 6 multipliziert, das Ergebnis 42 schreibt man unter die 7 der Aufgabe.

Die 4 (von 42) wird dann zu einer Hunderterstelle, was man im linken Schema erkennt.

Dort steht $70 \cdot 6 = 420$, also 4 Hunderter und 2 Zehner.

Das Ergebnis wird dadurch dreistellig.

Die **Optimale Kurzform** besteht darin, dass man die Zwischenergebnisse sofort addiert:

Man überlegt dabei:

1. Schritt: Man rechnet $4 \cdot 6 = 24$ und schreibt die Einerstelle 4 auf. *Die 2 Zehner von 24 schreibt man als Zehnerübertrag* (oder schreibt sie ganz klein unten an).

$$74 \cdot 6 = \dots 24$$

2. Schritt: Man rechnet $7 \cdot 6 = 42$ addiert dazu den Zehnerübertrag 2 und schreibt das Ergebnis 44 links von der Einerstelle an..

$$74 \cdot 6 = \underbrace{44}_{42+2} 24$$

Den Übertrag $_2$ kann man dann streichen oder gleich weglassen und nur merken.

Ergebnis: $74 \cdot 6 = 444$

(3) **Wie berechnet man mit der Kurzmethode $39 \cdot 5$?**

Zunächst ganz ausführlich:

	3	9	·	5	
	4	5			← $9 \cdot 5$
1	5	–			← $3 \cdot 5$
1	9	5			← Summe

Das Ergebnis von $9 \cdot 5 = 45$ schreibt man unter die 9

Das Ergebnis von $3 \cdot 5 = 15$ schreibt man unter die 3.

Dann wird addiert: $45 + 150 = 195$

Kurzmethode mit sofortiger Addition:

$$39 \cdot 5 = 195$$

Man überlegt dabei:

1. Schritt: Man rechnet $9 \cdot 5 = 45$ und schreibt die 5 an die Einerstelle auf.
Die 4 Zehner von 45 müssen als Zehnerübertrag
 (oder schreibt sich ganz klein unten an,

$$39 \cdot 5 = \dots 5$$

2. Schritt: Man rechnet $3 \cdot 5 = 15$, addiert dazu den Zehnerübertrag 4 und schreibt das Ergebnis 19 links von der Einerstelle an:

$$39 \cdot 5 = \underbrace{15}_{15+4} 5$$

Ergebnis: $39 \cdot 5 = 195$

(4) **$43 \cdot 7 = ?$**

Ausführlich:

	4	3	·	7	
	2	1			← $3 \cdot 7$
2	8	–			← $4 \cdot 7$
3	0	1			← Summe

Kurzmethode:

$$43 \cdot 7 = 301$$

Anleitung:

Man rechnet zuerst $3 \cdot 7 = 21$, schreibt die 1 und merkt sich 2.

Dann folgt $4 \cdot 7 = 28$ plus Übertrag 2 ergibt 30.

(5) $8 \cdot 257 = ?$

Ausföhrlich:

	2	5	7	.	8	
		5	6			← 7 · 8
		4	0	-		← 5 · 8
1	6	-	-			← 2 · 8
2	0	5	6			← Summe

Kurzmethode:

$257 \cdot 8 = 20_{45}6$

Anleitung:

Man rechnet zuerst $7 \cdot 8 = 56$, schreibt die 6 (Einer). Merke **5 Zehner als Übertrag** (als kleine Zahl tiefgestellt).

Dann folgt "**5 (Zehner) · 8 = 40 (Zehner)**", also kurz $5 \cdot 8 = 40$.

Dazu addiert man den Übertrag 5 Zehner und erhält somit 45 Zehner. Man schreibt die 5 links von der 6 auf und merkt sich den **Übertrag 4** (das sind jetzt 4 Hunderter).

Als letztes rechnet man "**2 (Hunderter) · 8 = 16 (Hunderter)**", also kurz $2 \cdot 8 = 16$. **Dazu addiert man den Übertrag 4 Hunderter** und erhält 20 Hunderter, die man links von der 2 anschreibt.

Ergebnis: $257 \cdot 8 = 2056$

Hinweis: Ich habe in dieser Erklärung noch angefügt, ob es sich um Einer, Zehner oder Hunderter handelt. Das lasse ich ab jetzt weg und schreibe nur noch das auf, was nötig ist.

(6) $8194 \cdot 6 = ?$

Ausföhrlich:

8	1	9	4	.	6	
		2	4			← 4 · 6
		5	4	-		← 9 · 6
		6				← 1 · 6
4	8					← 8 · 6
4	9		4			← Summe

Kurzmethode:

$8194 \cdot 6 = 49_{15}16_{24}$

Anleitung:

Man rechnet zuerst $4 \cdot 6 = 24$, schreibt 4 an und merkt sich 2 als Übertrag.

Dann $9 \cdot 6 = 54$ plus Übertrag 2 ergibt 56. Schreibe 6, merke 5.

Dann $1 \cdot 6 = 6$ plus Übertrag 5 ergibt 11. Schreibe 1, merke Übertrag 1.

Schließlich $8 \cdot 6 = 48$ plus Übertrag 1 ergibt 49. **FERTIG.**

Ergebnis: $8194 \cdot 6 = 49164$

(7) $2593 \cdot 3 = ?$

2	5	9	3	.	3	
			9			
		2	7	-		
1	5	-	-			
6	-	-	-			
7	7	7	9			

Mit sofortiger Addition:

$2593 \cdot 3 = 7_{17}7_{27}9$

Man rechnet zuerst $3 \cdot 3$, schreibt 9 an.

Dann $9 \cdot 3 = 27$. Schreibe 7 und merke den Übertrag 2.

Dann $5 \cdot 3 = 15$ plus Übertrag 2 ergibt 17. Schreibe 7, merke 1.

Schließlich $2 \cdot 3 = 6$ plus Übertrag 1 ergibt 7.

Ergebnis: $2593 \cdot 3 = 7779$

(8) $63298 \cdot 5 = ?$

	6	3	2	9	8	·	5	
				4	0			
			4	5	-			
		1	0	-	-			
	1	5	-	-	-			
3	0	-	-	-	-			
3	1	6	4	9	0			

Kurzmethode $63298 \cdot 5 = 316490$ Rechne $8 \cdot 5 = 40$, schreibe 0 und merke den Übertrag 4.Dann $9 \cdot 5 = 45$ plus 4 ergibt 49. Schreibe 9 und merke 4.Dann $2 \cdot 5 = 10$ plus Übertrag 4 ergibt 14. Schreibe 4, merke 1.Dann $3 \cdot 5 = 15$ plus Übertrag 1 ergibt 16. Schreibe 6, merke 1.Schließlich $6 \cdot 5 = 30$ plus Übertrag 1 ergibt 31.Ergebnis: $63298 \cdot 5 = 316490$ (9) $43007 \cdot 9 = ?$

	4	3	0	0	7	·	9	
				6	3			
				0	-			
			0	-	-			
	2	7	-	-	-			
3	6	-	-	-	-			
3	8	7	0	6	3			

Kurzmethode: $43007 \cdot 9 = 387063$ Rechne $7 \cdot 9 = 63$, schreibe 3 an und merke den Übertrag 6.Dann $0 \cdot 9 = 0$ plus 6 ergibt 6. Schreibe 6 an ohne Übertrag.*Hinweis: Man hätte hier auch den Übertrag sofort links von 3 anschreiben können.*Dann $0 \cdot 9 = 0$ ohne Übertrag ergibt 0.Dann $3 \cdot 9 = 27$ plus Übertrag 0 ergibt 27. Schreibe 7, merke Übertrag 2.Schließlich $4 \cdot 9 = 36$ plus Übertrag 2 ergibt 38.Ergebnis: $43007 \cdot 9 = 387063$

(10)

	5	9		4	·	5	
			2				
		4	0	-			
				-			
	2	5	-	-			
2	9	9	2				

(11)

	2	7	5	0	6	·	8	
				4	8			
				0	-			
		4	0	-	-			
	5	6	-	-	-			
1	6	-	-	-	-			
2	2	0	0	4	8			

Übungsaufgaben

Rechne nach einer der beiden gezeigten Methoden (oder so, wie du es gelernt hast).

Meine Lösungen folgen auf der nächsten Seite.

(12) $264 \cdot 7$ (13) $509 \cdot 3$ (14) $6928 \cdot 2$ (15) $7777 \cdot 7$ (16) $3973 \cdot 4$ (17) $87029 \cdot 5$ (18) $65295 \cdot 9$ (19) $400527 \cdot 6$

Lösungen

- (12)

2	6	4	.	7
			2	8
		4	2	.
	1	4	.	.
	1	8	4	8

 Oder so: $264 \cdot 7 = 18428$
 Rechne $4 \cdot 7 = 28$, schreibe 8, merke 2.
 Dann $6 \cdot 7 = 42$ plus Übertrag 2 ergibt 44, schreibe 4, merke 4.
 Schließlich $2 \cdot 7 = 14$ plus Übertrag 4 ergibt 18.
 Ergebnis: $264 \cdot 7 = 1848$
- (13)

5	0	9	.	3
			2	7
			0	.
	1	5	.	.
	1	5	2	7

 Oder so: $509 \cdot 3 = 1527$
 Rechne $9 \cdot 3 = 27$, schreibe 7, merke 2 (Übertrag)
 Dann $0 \cdot 3 = 0$ plus Übertrag 2 ergibt 2. Schreibe 2. Kein Übertrag.
 Schließlich $5 \cdot 3 = 15$ Schreibe 15.
 Ergebnis: $509 \cdot 3 = 1527$
- (14)

6	9	2	8	.	2
				1	6
				4	.
		1	8	.	.
	1	2	.	.	.
	1	3	8	5	6

 Oder so: $6928 \cdot 2 = 13856$
 Rechne $8 \cdot 2 = 16$, schreibe 6, merke 1 (Übertrag).
 Dann $2 \cdot 2 = 4$ plus Übertrag 1 ergibt 5. Kein Übertrag.
 Dann $9 \cdot 2 = 18$, schreibe 8, merke 1 (Übertrag).
 Schließlich $6 \cdot 2 = 12$ plus Übertrag 1 ergibt 13. Schreibe 13.
 Ergebnis: $6928 \cdot 2 = 13856$
- (15)

7	7	7	7	.	7
				4	9
				4	9
		4	9	.	.
	4	9	.	.	.
	5	4	4	3	9

 Oder so: $7777 \cdot 7 = 54439$
 Rechne $7 \cdot 7 = 49$, schreibe 9, merke 4 (Übertrag)
 Dann $7 \cdot 7 = 49$ plus Übertrag 4 ergibt 53. Schreibe 3, merke 5.
 Dann $7 \cdot 7 = 49$ plus Übertrag 5 ergibt 54. Schreibe 4, merke 5.
 Schließlich $7 \cdot 7 = 49$ plus Übertrag 5 ergibt 54. Schreibe 54.
 Ergebnis: $7777 \cdot 7 = 54439$
- (16)

3	.	7	3	.	.
				1	2
				2	8
		3	6	.	.
	1	5	9	2	.

 Oder so: $373 \cdot 4 = 15892$
 Rechne $3 \cdot 4 = 12$, schreibe 2, merke 1.
 Dann $7 \cdot 4 = 28$ plus Übertrag 1 ergibt 29. Schreibe 9, merke 2.
 Dann $3 \cdot 4 = 12$ plus Übertrag 2 ergibt 14. Schreibe 4, merke 1.
 Schließlich: $3 \cdot 4 = 12$ plus Übertrag 1 ergibt 13. Schreibe 13.
 Ergebnis: $373 \cdot 4 = 15892$
- (17)

8	7	0	2	.	5
				4	5
				1	0
				0	.
		3	5	.	.
	4	0	.	.	.
	4	3	5	1	4

 (18)

6	5	2	9	5	.	9
					4	5
				8	1	.
			1	8	.	.
		4	5	.	.	.
	5	4	.	.	.	.
	5	8	7	6	5	5

 (19)

4	0	0	5	2	7	.	6
						4	2
					1	2	.
				3	0	.	.
				0	.	.	.
			0	.	.	.	.
	2	4	.	.	.	.	.
	2	4	0	3	1	6	2
- Kurz: $87029 \cdot 5 = 435145$ $65295 \cdot 9 = 587655$ $400527 \cdot 6 = 2403162$

2 Multiplikation mit einer zweistelligen Zahl.

(20) $57 \cdot 23 = ?$

Will man die Berechnung *ausführlich darstellen*, muss man die 23 als Summe aufschreiben: $23 = 20 + 3$.

Die Aufgabe lautet dann so: $57 \cdot 23 = 57 \cdot 20 + 57 \cdot 3$.

Die Berechnung kann man dann ausführlich so machen:

Man berechnet (wie in Abschnitt 1 gelernt) mit der Kurzmethode
und

$$\begin{array}{r} 57 \cdot 23 \\ 57 \cdot 20 = 1140 \\ 57 \cdot 3 = 171 \\ \hline 1311 \end{array}$$

Dann werden die beiden Zwischenergebnisse addiert:

Nun vereinfachen wir diese Darstellung, indem wir die erste Partialrechnung nicht als $57 \cdot 20 = 1140$ aufschreiben sondern nur $57 \cdot 2 = 114$ festhalten, wohl wissend, dass es sich dabei um Zehner handelt. Wir lassen also die 0 links und rechts weg und ersetzen sie durch einen Punkt.

5	7	·	2	3
	1	1	4	↓
		1	7	1
	1	3	1	1

← $57 \cdot 2$

← $57 \cdot 3$

← Summe

bzw.

5	7	·	2	3
	1	1	4	
		1	7	1
	1		1	1

Man schreibt das Ergebnis von $57 \cdot 2 = 114$ genau unter der 2 (von 23) und das Ergebnis von $57 \cdot 3 = 171$ genau unter die 3.

Hinweis: Manche lernen diese Methode so, dass man die Reihenfolge der Zwischenergebnisse vertauscht.

Dann wird zuerst $57 \cdot 3 = 171$ berechnet, die 1 schreibt man unter die 3. und darunter dann $57 \cdot 2 = 114$, die 4 steht dann unter der 2.

Das sieht dann so aus:

5	7	·	2	3
		1	7	1
	1	1	4	
	1	3	1	1

← $57 \cdot 3$

← $57 \cdot 2$

← Summe

bzw.

5	7	·	2	3
		1	7	1
	1	1	4	
	1	3	1	1

Bei der Addition der beiden Zwischenergebnisse tritt bei $4 + 4 = 11$ der Übertrag 1 auf.

Den schreiben viele als kleine 1 in die nächste Spalte.

Jeder soll so arbeiten, wie er/sie es in der Schule gelernt hat.

Ich verwende ab jetzt immer die oben gezeigte Methode, einige Male auch noch die andere.

Dort sind einfach die Zeilen vertauscht.

(21) $45 \cdot 37 = ?$

Will man die Berechnung *ausführlich darstellen*, muss man die 37
als Summe aufschreiben: $37 = 30 + 7$.

Die Aufgabe lautet dann so: $45 \cdot 37 = 45 \cdot 30 + 45 \cdot 7$.

Die Berechnung kann man dann ausführlich so machen:

4	5	.	3	7
	1	3	5	↓
		3	1	5
	1	6	6	5

← $45 \cdot 3$
← $45 \cdot 7$
← Summe

Oder so:

4	5	.	3	7
		3	1	5
	1	3	5	↑
	1	6	6	5

← $45 \cdot 7$
← $45 \cdot 3$
← Summe

(22) $182 \cdot 25 = ?$

Hier zerlegt man $182 \cdot 25 = 182 \cdot 20 + 182 \cdot 5$

1	8	2	.	2	5
		3	6	4	↓
		1	9	1	0
		4	5	5	0

← $182 \cdot 2$
← $182 \cdot 5$
← Summe

Oder so:

1	8	2	.	2	5
		9	1	0	↓
		3	6	4	↑
		4	5	5	0

← $182 \cdot 5$
← $182 \cdot 2$
← Summe

(23) $758 \cdot 63 = ?$

Zerlegung: $758 \cdot 63 = 758 \cdot 60 + 758 \cdot 3$

7	5	8	.	6	3
	4	5	4	8	↓
		2	2	7	4
	4	7	7	5	4

← $758 \cdot 3$
← $758 \cdot 6$
← Summe

Oder so:

7	5	8	.	6	3
	2	2	7	4	↓
	4	5	4	8	↑
	4	7	7	5	4

← $758 \cdot 3$
← $758 \cdot 6$
← Summe

(24) $4295 \cdot 75 = ?$

Zerlegung: $4295 \cdot 75 = 4295 \cdot 70 + 4295 \cdot 5$

4	2	9	5	.	7	5
	3	0	0	6	5	↓
		2	1	4	1	5
	3	2	2	1	5	5

← $4295 \cdot 5$
← $4295 \cdot 7$
← Summe

Oder so:

4	2	9	5	.	7	5
	2	1	4	7	5	↓
	3	0	0	6	1	5
	3	2	2	1	2	5

← $4295 \cdot 5$
← $4295 \cdot 7$
← Summe

Übungsaufgaben

Rechne nach einer der beiden gezeigten Methoden (oder so, wie du es gelernt hast).

Meine Lösungen folgen auf der nächsten Seite.

(25) $264 \cdot 37$

(26) $519 \cdot 39$

(27) $6928 \cdot 46$

(28) $3708 \cdot 68$

(29) $28375 \cdot 51$

(30) $83972 \cdot 87$

Lösungen

Usw. auf CD

DEMO